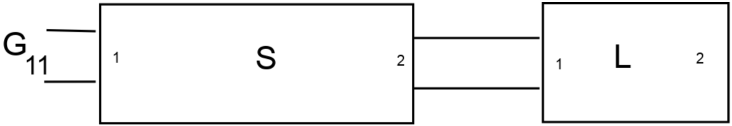
ANR COCORAM

F. Seyfert M.Olivi L.Baratchart

INRIA, Sophia-Antipolis, France

Les équations d'adaptation

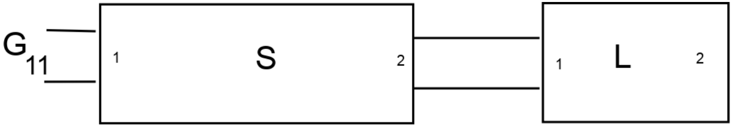


$$G_{1,1} = (S_{1,1}S_{2,2} - S_{1,2}S_{2,1})\left(\frac{S^*_{2,2} - L_{1,1}}{1 - S_{2,2}L_{1,1}}\right)$$

- Conditions d'adaptation ponctuelles:

$$S_{2,2}(w_k) = \overline{L_{1,1}(w_k)}$$

Les équations d'adaptation



$$G_{1,1} = (S_{1,1}S_{2,2} - S_{1,2}S_{2,1})\left(\frac{S_{2,2}^{*} - L_{1,1}}{1 - S_{2,2}L_{1,1}}\right)$$

- Conditions d'adaptation ponctuelles:

$$S_{2,2}(w_k) = \overline{L_{1,1}(w_k)}$$

- Adaptation uniforme, minimisation distance hyperbolique

$$\left|\frac{S_{2,2} - L_{1,1}^{*}}{1 - S_{2,2}^{*}L_{1,1}^{*}}\right| = \delta(S_{2,2}, L_{1,1}^{*}) \leq K(w)$$

qui même en dimension infini admet une limite sur le gain $1 - K^2$ atteignable.

Synthèse de filtre: forme de Belevitch

Every rational, reciprocal inner 2×2 matrix (with value Id at infinity) can be written as:

$$S(s) = \frac{1}{q(s)} \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2^* & (-1)^n p_1^* \end{bmatrix}$$

with,

- p_1 monic of degre n
- $p_2(s) = (-1)^{n+1} p_2^*$
- p_2 of degree $\leq n-1$
- q monic stable defined by,

$$qq^* = p_1 p_1^* + p_2 p_2^*$$

Fonction de filtrage et minimisation associée

For $s = jw$,

$$|S_{1,1}|^2 = \frac{|p_1|^2}{|q|^2} = \frac{|p_2|^2}{|p_1|^2 + |p_2|^2}$$
$$= \frac{1}{1 + \frac{|p_2|^2}{|p_1|^2}}$$

Given I the pass-band J the stop-band. Under an imposed reflection level in the pass-band, find the filter with best rejecting level in the stop bands,

$$\max_{p_1, p_2 \; \left\|\frac{p_1}{p_2}\right\|_I \leq \epsilon} \left(\min_J \left| \frac{p_1}{p_2} \right| \right)$$

- Zoltarev problem of the third kind
- Quasi convex in general, and convex when p_2 is fixed
- Allows guaranteed optimal filter function synthesis

Dans un contexte "adaptation"

Manipulation des formules hyperboliques:

$$|G_{1,1}|^2 = \frac{1}{1 + 1/|D|^2}$$

avec

$$|D|^2 = \frac{|\overline{L_{1,1}} - S_{1,1}|^2}{(1 - |S_{1,1}|^2)(1 - |L_{1,1}|^2)}$$

qui joue donc le rôle de fonction de filtrage généralisée.

Formulation interpolatoire du problème d'adaptation

- Soient (x_k, γ_k) N points et valeurs d'adaptation
- Soit n le polynome de transmission (degré au plus $N-1$)

$\mathcal{P}$: Touver (p, q) deux polynômes unitaires de degré N tels que,

$$\begin{cases} \forall k \in \{1..N\} \;\; \dfrac{p}{q}(x_k) = \gamma_k \\ qq^* - pp^* = nn^* \end{cases}$$

et q stable.

Formulation interpolatoire du problème d'adaptation

- Soient (x_k, γ_k) N points et valeurs d'adaptation
- Soit n le polynome de transmission (degré au plus $N-1$)

$\mathcal{P}$: Touver (p, q) deux polynômes unitaires de degré N tels que,

$$\begin{cases} \forall k \in \{1..N\} \;\; \dfrac{p}{q}(x_k) = \gamma_k \\ qq^* - pp^* = nn^* \end{cases}$$

et q stable.

- Synthèse de filtre, adapté en N points

P1: Placement des points d'adaptation

Il se fait en considérant:

$$\begin{aligned} D^2 &= \frac{|\overline{L_{1,1}} - S_{1,1}|^2}{(1-|S_{1,1}|^2)(1-|L_{1,1}|^2)} \\ &= \frac{|p - \overline{L_{1,1}} q|^2}{|n|^2(1-|L_{1,1}|^2)} \end{aligned}$$

et en considérant le problème de minimisation Chebychev (L^∞) polynomial, avec poids:

$$\frac{1}{|n|^2(1-|L_{1,1}|^2)}$$

sur la bande passante. Les points d'adaptation sont placés aux zéros du polynôme de Chebychev correspondant.

P2: L'ajustement du coefficient de n

- Synthèse de filtre: permet d'ajuster le niveau de Toss (et de indirectement de rejection) du filtre
- Ici c'est plus compliqué:

$$D^2 = \frac{|p - \overline{L_{1,1}} q|^2}{|n|^2 (1 - |L_{1,1}|^2)}$$

- On sait par ailleurs qu'il existe une limite sur le niveau d'adaptation atteignable

P3: Valeur d'adaptation à une phase près ?

- Ou placer le plan de phase à la sotie du filtre ?
- Y a t il un paramètre réglable additionnel correspondant à la (longueur) de la jonction filtre-antenne ?